الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية

وزارة التربية الوطنية　　　　الديوان الوطني للامتحانات والمسابقات

امتحان بكالوريا التعليم الثانوي　　　　دورة: **2017**

الشعبة: رياضيات

اختبار في مادة: الرياضيات　　　　**المدة: 04 سا و30 د**

على المترشح أن يختار أحد الموضوعين الآتيين:

الموضوع الأول

التمرين الأول: (04 نقاط)

الفضاء منسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O;\vec{i},\vec{j},\vec{k})$.

نعتبر النقطتين $A(-1;1;-2)$ و $B(1;-3;-4)$ والمستقيم (Δ) ذا التمثيل الوسيطي $\begin{cases} x=t-2 \\ y=-t+2 \quad ; \ t\in\mathbb{R} \\ z=2t-4 \end{cases}$

وليكن (Δ') المستقيم الذي يشمل النقطة B و $\vec{u}(-1;2;1)$ شعاع توجيه له .

1) بيّن أنّ المستقيمين (Δ) و (Δ') يتقاطعان في نقطة يطلب تعيين إحداثياتها.

2) ليكن (P) المستوي المعيّن بالمستقيمين (Δ) و (Δ') .

اكتب تمثيلا وسيطيا للمستوي (P) ، ثم استنتج معادلة ديكارتية له .

3) نسمّي (S) مجموعة النقط $M(x;y;z)$ من الفضاء التي تحقق : $AM^2+BM^2=20$.

بيّن أنّ (S) سطح كرة مركزها منتصف القطعة $[AB]$ ونصف قطرها 2 .

4) حدّد الوضع النسبي للمستوي (P) وسطح الكرة (S) .

التمرين الثاني: (04 نقاط)

1) نعتبر المعادلة : $104x-20y=272 \cdots\cdots (E)$ ذات المجهول $(x;y)$ حيث x و y عددان صحيحان .

أ) احسب القاسم المشترك الأكبر للعددين 20 و 104 ثم بيّن أنّ المعادلة (E) تقبل حلولا.

ب) بيّن أنّه إذا كانت الثنائية $(x;y)$ حلا للمعادلة (E) فإنّ $x\equiv 3[5]$ ، ثم استنتج حلول المعادلة (E) .

2) λ عدد طبيعي يكتب $\overline{1\alpha\alpha\beta01}$ في نظام التعداد الذي أساسه 4 ، ويكتب $\overline{1\alpha\beta01}$ في نظام التعداد الذي أساسه 6 حيث α و β عددان طبيعيان.

عيّن α و β ، ثم اكتب λ في النظام العشري .

3) تحقق أنّ كلا من 2017 و 1009 عدد أوّلي، ثم عيّن الثنائيات $(a;b)$ من الأعداد الطبيعية التي تحقق:

$$2m-d=2017 \quad \text{حيث} \quad m=PPCM(a;b)\ ,\ d=PGCD(a;b)$$

التمرين الثالث: (05 نقاط)

1) حل في مجموعة الأعداد المركبة $\mathbb{C}$ ، المعادلة ذات المجهول z : $(z-2+2i)(z^2-2\sqrt{2}z+8)=0$.

2) المستوي المركب منسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O;\vec{u},\vec{v})$، نعتبر النقط A ، B و C

التي لاحقاتها $z_A=\sqrt{2}+i\sqrt{6}$ ، $z_B=\overline{z}_A$ و $z_C=2(1-i)$.

أ) اكتب z_A ، z_B و z_C على الشكل الأسي ثم استنتج أن النقط A ، B و C تنتمي إلى دائرة (Ω) يطلب تعيين مركزها ونصف قطرها.

ب) عيّن قيم العدد الطبيعي n التي من أجلها يكون العدد المركب $\left(\frac{z_A}{z_C}\right)^n$ تخيليا صرفا .

جـ) نسمّي (Γ) مجموعة النقط M من المستوي ذات اللاحقة z حيث : $z=z_C-k\left(\frac{z_A}{z_B}\right)$ ، مع k يمسح $\mathbb{R}_+$

تحقّق أنّ النقطة C تنتمي إلى (Γ) ، ثم عيّن وأنشئ (Γ).

3) r الدوران الذي مركزه النقطة O وزاويته $\frac{2\pi}{3}$ ، h التحاكي الذي مركزه النقطة O ونسبته -2 .

عيّن طبيعة التحويل $h\circ r$ وعناصره المميّزة ، ثم استنتج صورة الدائرة (Ω) بالتحويل $h\circ r$.

التمرين الرابع: (07 نقاط)

نعتبر الدالة العددية f المعرّفة على $\mathbb{R}$ بـ : $f(x)=(-x^3+2x^2)e^{-x+1}$.

(C_f) المنحني الممثل للدالة f في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$.

1- أ) احسب $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$ و $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$ ، استنتج وجود مستقيم مقارب للمنحني (C_f) يطلب تعيين معادلة له.

ب) بيّن أنّ : من أجل كل عدد حقيقي x، $f'(x)=x(x^2-5x+4)e^{-x+1}$

ثم استنتج اتجاه تغيّر الدالة f وشكّل جدول تغيّراتها.

2) اكتب معادلة (T) مماس المنحني (C_f) في النقطة ذات الفاصلة 2 .

3) h الدالة المعرفة على المجال $[0;+\infty[$ كما يلي: $h(x)=x^2e^{-x+2}-4$.

ادرس اتجاه تغير الدالة h ثم استنتج إشارة $h(x)$ حدّد عندئذ وضعية المنحنى (C_f) بالنسبة إلى (T)

على المجال $[0;+\infty[$.

4) ارسم المماس (T) والمنحني (C_f) على المجال $[0;+\infty[$.

5) نعتبر m وسيط حقيقي والمعادلة ذات المجهول الحقيقي x الموجب: $f(x)=m(x-2)$ ... (E)

ناقش بيانيا حسب قيم m عدد حلول المعادلة (E).

6) g الدالة المعرفة على المجال $]0;+\infty[$ بـ : $g(x)=f\left(\frac{1}{x}\right)$.

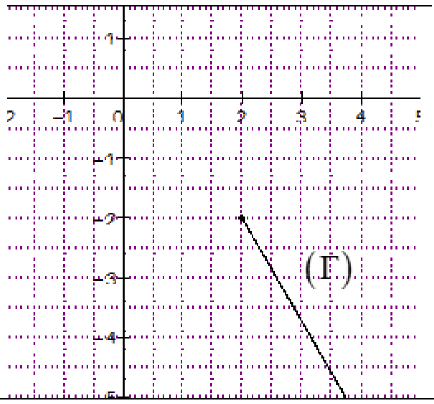
اعتمادا على السؤال رقم (1)، شكل جدول تغيّرات الدالة g .

انتهى الموضوع الأول

عناصر الإجابة	العلامة مجزأة	العلامة المجموع
الموضـــــــــــــــــــوع الأول		
التمرين الأول: (04 نقاط)		
1) بيان أنّ المستقيمين متقاطعان $(\Delta'):\begin{cases} x=-t'+1 \\ y=2t'-3 \quad / t'\in\mathbb{R} \\ z=t'-4 \end{cases}$ $\begin{cases} t-2=-t'+1 \\ -t+2=2t'-3 \\ 2t-4=t'-4 \end{cases}$ معناه $\begin{cases} t=1 \\ t'=2 \end{cases}$ $(\Delta)\cap(\Delta')=\{A(-1;1;-2)\}$	0.25 0.50 0.25	01
2) التمثيل الوسيطي للمستوي هو : $(P):\begin{cases} x=\alpha-\beta-1 \\ y=-\alpha+2\beta+1 \quad \alpha;\beta\in\mathbb{R} \\ z=2\alpha+\beta-2 \end{cases}$ استنتاج المعادلة الديكارتية $(P):5x+3y-z=0$	0.50 0.75	1.25
3) بيان أنّ (S) سطح كرة مركزها منتصف القطعة $[AB]$ ونصف قطرها 2. طريقة (1): $AM^2+BM^2=20$ تكافئ $IM^2=10-AI^2$ حيث I منتصف القطعة $[AB]$ تكافئ $IM=2$ طريقة (2): $AM^2+BM^2=20$ تكافئ $x^2+(y+1)^2+(z+3)^2=4$	01	01
4) الوضع النسبي للمستوي (P) وسطح الكرة (S) . $d(I;(P))=0$ ومنه (P) يقطع (S) في دائرة مركزها I ونصف قطرها 2	0.50 0.25	0.75
التمرين الثاني: (04 نقاط)		
1) أ) $p\gcd(20;104)=4$ بما أن $p\gcd(20;104)$ قاسم للعدد 272 فان المعادلة (E) تقبل حلول	0.25 0.25	
ب) بيان أنّه إذا كانت الثنائية $(x;y)$ حلا للمعادلة (E) فإنّ $x\equiv 3[5]$ (E) تكافئ $26x-5y=68$ ومنه $26x\equiv 68[5]$ ومنه $x\equiv 3[5]$ مجموعة حلول المعادلة (E) هي : $S=\{(5k+3;26k+2) \quad / k\in\mathbb{Z}\}$	0.25 0.50	1.25
2) تعيين α و β $\overline{1\alpha\beta01}=\overline{1\alpha\alpha\beta01}$ تكافئ $\begin{cases} 104\alpha-20\beta=272 \\ 0\le\alpha\le 3;0\le\beta\le 3 \end{cases}$	0.50 0.25	1.50

العلامة		عناصر الإجابة
المجموع	مجزأة	
	0.50 **0.25**	معناه $\begin{cases}\alpha=5k+3\\ \beta=26k+2\\ 0\le\alpha\le 3;0\le\beta\le 3\end{cases}$ $/\ k\in\mathbb{N}$ معناه $\begin{cases}\alpha=3\\ \beta=2\end{cases}$ كتابة λ في النظام العشري: $\lambda=2017$
1.25	**2×0.25** **0.25** **2×0.25**	3) التحقق أنّ كلا من 2017 و 1009 عدد أوّلي تعيّين الثنائيات $(a;b)$ من الأعداد الطبيعية التي تحقق: $2m-d=2017$ $2m-d=2017$ تكافئ $\begin{cases}a'b'=\dfrac{2017}{d}+1\\ a=a'd;b=b'd\\ p\gcd(a',b')=1\end{cases}$ ومنه : $(a;b)\in\{(1;1009),(1009;1)\}$
التمرين الثالث: (05 نقاط)		
01	**0.25** **3×0.25**	1) حل المعادلة : $\Delta=-24=(2i\sqrt{6})^2$ $S=\{2-2i;\sqrt{2}+i\sqrt{6};\sqrt{2}-i\sqrt{6}\}$
3.25	**3×0.25** **0.25** **0.25**	2) أ) $z_A=2\sqrt{2}e^{i\frac{\pi}{3}}$ ، $z_B=2\sqrt{2}e^{-i\frac{\pi}{3}}$ و $z_C=2\sqrt{2}e^{-i\frac{\pi}{4}}$ بما أن $OA=OB=OC=2\sqrt{2}$ فإن النقط A ، B و C تنتمي إلى الدائرة (Ω) التي مركزها O و نصف قطرها $2\sqrt{2}$.
	0.25 **0.50**	ب) $\left(\dfrac{z_A}{z_C}\right)^n=e^{i\frac{7\pi}{12}n}$ تخيلي صرف معناه $\dfrac{7\pi n}{12}=\dfrac{\pi}{2}+k\pi$ معناه $n=12h+6\ /\ h\in\mathbb{N}$
	0.25 **0.50** **0.25**	جـ) التحقق أن C نقطة من (Γ) من اجل $z\neq z_C$: $z=z_C-k\left(\dfrac{z_A}{z_B}\right)$ تكافئ $\arg(z-z_C)=\pi+\arg\left(\dfrac{z_A}{z_B}\right)$ تكافئ $(\vec{u};\overrightarrow{CM})=-\dfrac{\pi}{3}+2k\pi$

عناصر الإجابة	العلامة مجزأة	العلامة المجموع
و منه (Γ)مجموعة نقط نصف المستقيم الذي حده C و يصنع مع حامل محور الفواصل زاوية $-\frac{\pi}{3}$. انشاء (Γ).	0.25	



عناصر الإجابة	مجزأة	المجموع
3) تعيين طبيعة التحويل $h \circ r$ هو تشابه مباشر مركزه O و نسبته 2 زاويته $\frac{-\pi}{3}$	0.50	0.75
صورة الدائرة (Ω) بالتحويل $h \circ r$ هي الدائرة (Ω') التي مركزها O و نصف قطرها $4\sqrt{2}$.	0.25	

التمرين الرابع: (07 نقاط)

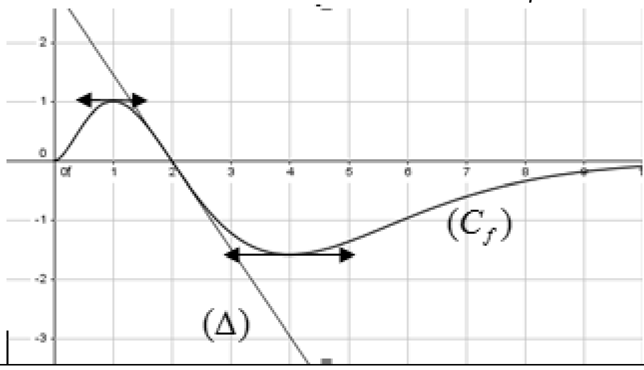
عناصر الإجابة	مجزأة	المجموع
1) أ) $\lim_{x \to -\infty} f(x) = +\infty$	0.25	2.25
$\lim_{x \to +\infty} f(x) = 0$	0.25	
$y=0$ معادلة المقارب للمنحني (C_f).	0.25	
ب) بيان أنّ : من أجل كل عدد حقيقي x، $f'(x) = x(x^2 - 5x + 4)e^{-x+1}$	0.50	
إشارة $f'(x)$	0.25	

x	$-\infty$		0		1		4		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	

عناصر الإجابة	مجزأة	المجموع
اتجاه تغيّر الدالة f f متزايدة تماما على $[0;1]$ و $[4;+\infty[$ f متناقصة تماما على $[1;4]$ و $]-\infty;0]$	0.25	
جدول التغيّرات	0.50	

x	$-\infty$		0		1		4		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$+\infty$		0		1		$-32e^{(-3)}$		0

عناصر الإجابة	مجزأة	المجموع
2) معادلة المماس (T) $y = -4e^{-1}(x-2)$	0.50	0.50

<table>
<tr><th rowspan="2">عناصر الإجابة</th><th colspan="2">العلامة</th></tr>
<tr><th>مجزأة</th><th>المجموع</th></tr>
<tr><td>
3) دراسة اتجاه تغير الدالة h
$h'(x)=x(2\text{-}x)e^{-x+2}$
h متزايدة تماما على $[0;2]$
h متناقصة تماما $[2;+\infty[$
استنتاج إشارة $h(x)$:
<table>
<tr><td>x</td><td>0 2 $+\infty$</td></tr>
<tr><td>$h'(x)$</td><td>$+$ 0 $-$</td></tr>
<tr><td>$h(x)$</td><td>↗ 0 ↘</td></tr>
</table>
من أجل كل $x\in[0;+\infty[$ فإن $h(x)\leq 0$
تحديد وضعية المنحنى $\left(C_f\right)$ بالنسبة إلى $\left(T\right)$
إشارة $f(x)-\left(-4e^{-1}(x-2)\right)=(2-x)\times e^{-1}\times h(x)$ من إشارة $(2-x)h(x)$
<table>
<tr><td>x</td><td>0 2 $+\infty$</td></tr>
<tr><td>$(2-x)h(x)$</td><td>0 $-$ 0 $+$</td></tr>
</table>
$\left(C_f\right)$فوق $\left(T\right)$ على المجال $]2;+\infty[$
$\left(C_f\right)$تحت $\left(T\right)$ على المجال $]0;2[$
</td><td>0.25
0.25
0.25
0.25
0.25
0.25</td><td>1.50</td></tr>
<tr><td>
4) ارسم المماس $\left(T\right)$
والمنحني $\left(C_f\right)$ على المجال $[0\,;+\infty[$.


</td><td>0.25
0.75</td><td>01</td></tr>
<tr><td>
5) المناقشة بيانيا حسب قيم m عدد حلول المعادلة $\left(E\right)$.
اذا كان $m=-4e^{-1}$ او $m>0$ فان المعادلة لها حلا وحيد
إذا كان $-4e^{-1}<m<0$ فان للمعادلة ثلاثة حلول
إذا كان $m=0$ فان للمعادلة حلين
</td><td>0.75</td><td>0.75</td></tr>
<tr><td>
6) جدول تغيّرات الدالة g .
الدالة g هي مركب الدالة مقلوب و الدالة f بهذا الترتيب
</td><td>0.25</td><td></td></tr>
</table>

عناصر الإجابة	العلامة	
	مجزأة	المجموع

(يمكن استعمال مشتقة مركب دالتين $g'(x)=\dfrac{-4x^2+5x-1}{x^3}e^{1-\frac{1}{x}}$)

النهايات : $\lim\limits_{x \overset{>}{\longrightarrow} 0} g(x)=\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=0$ — **0.25**

$\lim\limits_{x\to+\infty} g(x)=\lim\limits_{x \overset{>}{\longrightarrow} 0} f(x)=0$

إشارة $g'(x)$ — **0.25**

x	0		$\frac{1}{4}$		1		$+\infty$
$g'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	

جدول تغيرات g — **0.25**

x	0		$\frac{1}{4}$		1		$+\infty$
$g'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	
$g(x)$	0	$\searrow$	$(-32)e^{(-3)}$	$\nearrow$	1	$\searrow$	0

المجموع: **01**